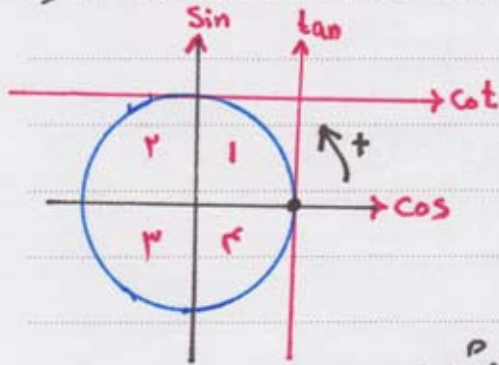


دایره مثلثات. دایره مشغلی از هندسه است که تمام نقاط روی آن از مرکز به یک فاصله است.

نکته ۱: نسبت مثلثاتی: \sin و \tan موازی \sin خارج از دایره بیرون باشد.

\cos همان محور x ها است، \cot موازی محور x هادر خارج از دایره بیرون باشد.



نکته ۲: دایره مثلثاتی به چهار ناحیه تقسیم می شود که مثلثات را به صورت ردیفی از جهت حرکت مثبت زدایا به جهت عکس عقربه ای ساعت می باشد.

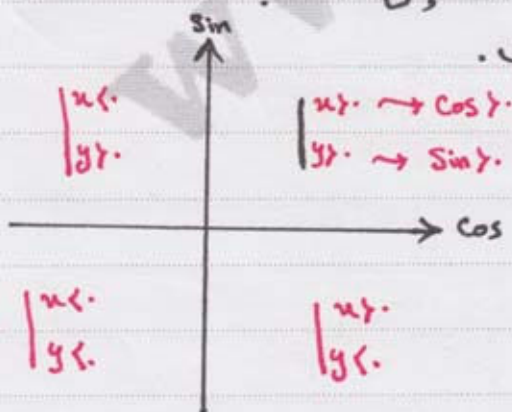
نکته ۳: برای اینکه بتوانیم علامت نسبت های مثلثاتی را بهتر بلد شویم بهتر است

از روی محورهای x و y که می دانیم علامت \sin و \cos را

از روی دایره تشخیص دهیم، برای \tan و \cot کافایت

علامت \sin را در \cos ضرب کنیم. به این صورت که در ناحیه اول

محور x ها مثبت است، محور y ها هم مثبت پس \cos مثبت، \sin مثبت در نتیجه \tan و \cot هم مثبت است.



نکته ۴: باید بدانیم محور x ها همان \cos و محور y ها همان \sin است.

نکته ۵: باید زوایای مهم نسبت های مثلثاتی را حتماً از حفظ باشیم.

	۳۰	۴۵	۶۰
Sin	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
Cos	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
tan	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	۱	$\sqrt{3}$
Cot	$\sqrt{3}$	۱	$\frac{\sqrt{3}}{3}$

$۳۰^\circ = \frac{\pi}{6}$ رادیان

$۴۵^\circ = \frac{\pi}{4}$

$۱۸۰^\circ = \pi$ رادیان

$۶۰^\circ = \frac{\pi}{3}$

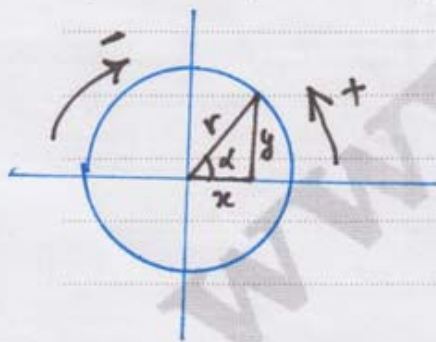
	۰	۹۰	۱۸۰	۲۷۰	۳۶۰
Sin	۰	۱	۰	-۱	۰
Cos	۱	۰	-۱	۰	۱
tan	۰	∞	۰	∞	۰
Cot	∞	۰	∞	۰	∞

$۹۰^\circ = \frac{\pi}{2}$

$۲۷۰^\circ = \frac{3\pi}{2}$

$۳۶۰^\circ = 2\pi$

نکته ۶: درون دایره مثلثاتی می توان یک مثلث قائم الزامیه رسم کرد. فرمول های زیر را بنویس.



$\text{Sind} = \frac{y}{r} = \frac{\text{مقابل}}{\text{وتر}}$

$\text{Cosd} = \frac{x}{r} = \frac{\text{مجاور}}{\text{وتر}}$

$r^2 = x^2 + y^2$

$\text{tand} = \frac{y}{x} = \frac{\text{مقابل}}{\text{مجاور}}$

$\text{cotd} = \frac{x}{y} = \frac{\text{مجاور}}{\text{مقابل}}$

نکته ۷: تمام فرمول‌های مثلثاتی Sin دار:

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$$

$$\sin^2 x = 1 - \cos^2 x$$

$$\sin(-\theta) = -\sin\theta$$

$$\frac{1}{\sin^2 x} = 1 + \cot^2 x$$

$$\sin(a+b) = \sin a \cos b + \sin b \cos a$$

$$\sin(a-b) = \sin a \cos b - \sin b \cos a$$

$$\sin 2a = 2 \sin a \cos a$$

$$\frac{1}{\sin x} = \operatorname{cosec} x$$

$$\sin x = \sin a \Rightarrow \begin{cases} x = 2k\pi + \pi - a \\ x = 2k\pi + a \end{cases} \quad \text{معادله مثلثاتی}$$

$$\sin x = 1 \Rightarrow x = 2k\pi + \frac{\pi}{2} \quad \text{حالت خاص}$$

$$\sin x = 0 \Rightarrow x = k\pi$$

$$\sin x = -1 \Rightarrow x = 2k\pi - \frac{\pi}{2}$$

نکته ۸: تمام فرمول‌های مثلثاتی Cos دار:

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1, \quad \cos^2 x = 1 - \sin^2 x$$

$$\frac{1}{\cos^2 x} = 1 + \tan^2 x, \quad \frac{1}{\cos x} = \sec x$$

$$\cos(-\theta) = \cos\theta$$

$$\cos(a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$$

$$\cos(a-b) = \cos a \cos b + \sin a \sin b$$

$$\cos 2a = \cos^2 a - \sin^2 a = 2\cos^2 a - 1 = 1 - 2\sin^2 a$$

$$\cos x = \cos a \Rightarrow x = 2k\pi \pm a \quad \text{معادله مثلثاتی}$$

$$\cos x = 1 \Rightarrow x = 2k\pi$$

$$\cos x = -1 \Rightarrow x = 2k\pi + \pi$$

$$\cos x = 0 \Rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{2}$$

نکته ۹. تمام فرمول‌های مثلثاتی \tan دار:

$$\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$$

$$\tan(-\theta) = -\tan\theta$$

$$\tan x \cdot \cot x = 1 \Rightarrow \tan x = \frac{1}{\cot x}$$

$$1 + \tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}$$

$$\tan(a+b) = \frac{\tan a + \tan b}{1 - \tan a \tan b}$$

$$\tan 2a = \frac{2 \tan a}{1 - \tan^2 a}$$

$$\tan(a-b) = \frac{\tan a - \tan b}{1 + \tan a \tan b}$$

$$\tan x = \tan a \Rightarrow x = k\pi + a$$

نکته ۱۰. تمام فرمول‌های مثلثاتی \cot دار:

$$\cot x = \frac{\cos x}{\sin x}$$

$$\tan x \cdot \cot x = 1 \Rightarrow \cot x = \frac{1}{\tan x}$$

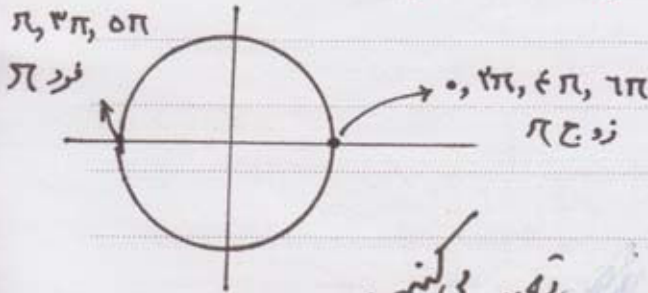
$$1 + \cot^2 x = \frac{1}{\sin^2 x}$$

$$\cot x = \cot a \Rightarrow x = k\pi + a$$

$$\cot(-\theta) = -\cot\theta$$

برای محاسبه زوایای بزرگتر یا کوچکتر از زوایای π که آنرا را بلد هستیم از فرمول‌های زیر می‌توانیم استفاده کنیم.

نکته ۱۱: خانواره π منظور هر فریبی از $(\pi, 2\pi, 3\pi, \dots)$



در این دستور

- ۱- ابتدا خانواره π بعداً زاویه
- ۲- از روی برائت درون نسبت ناھم را تعیین می‌کنیم.
- ۳- علامت نسبت مثلثاتی را از روی ناحیه مشخص می‌کنیم
- ۴- خانواره π را حذف کرده، نسبت را با زاویه می‌نویسیم

$\sin(5\pi - 30^\circ) = ?$

مثال:

برقرار \Rightarrow مرحله اول

ناهم دور $\Rightarrow 5\pi - 30^\circ \rightarrow$ مقدار Sin در ناهم دور مثبت \Rightarrow مرحله دوم است



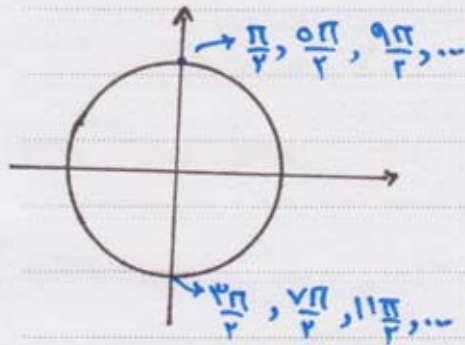
\Rightarrow مرحله سوم $\sin 30^\circ = -\frac{1}{2}$
 از روی مرحله سوم

$\cos 30^\circ = ? \Rightarrow \cos(360^\circ - 30^\circ)$

$\Rightarrow \cos(2\pi - 30^\circ)$

$2\pi - 30^\circ \Rightarrow$ ناهم دور $\Rightarrow + \cos 30^\circ + \frac{\sqrt{3}}{2}$
 در Cos مثبت است

نکته ۱۲: خانواره $\frac{\pi}{2}$ (متقور غریب فرد $\frac{\pi}{2}$, $\frac{\pi}{2}$, $\frac{3\pi}{2}$, $\frac{5\pi}{2}$, ...)



در این دستور:

همان مرحله خانواره π را می نویسیم

فقط در این حالت نسبت مثلثاتی عوض

می شود.

$$\sin \rightsquigarrow \cos$$

$$\cos \rightsquigarrow \sin$$

$$\tan \rightsquigarrow \cot$$

$$\cot \rightsquigarrow \tan$$

$$\tan\left(\frac{5\pi}{4} + \phi\right) \Rightarrow \text{چون } \frac{5\pi}{4} \text{ در ناحیه درامی باشد}$$

در علامت tan در ناحیه درامی منفی

می باشد. پس می نویسیم:

$$-\cot \phi = -\frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\cos\left(\frac{3\pi}{4} + \frac{\pi}{4}\right) \Rightarrow \text{cos در ناحیه درامی است, } \frac{3\pi}{4} + \frac{\pi}{4}$$

در آن بی مثبت است.

$$+\sin \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

نکته ۱۳: مفهومی Arc

الرجو اھم بدانیم Sin چه زاویه می شود می نویسیم

$$\text{Arc Sin } \frac{1}{\sqrt{2}} = ?$$

نکته ۱۴: اگر داشته باشیم $\sin(\alpha - 3\pi)$ و بخواهیم بصورت

خانواده 2π بنویسیم ابتدا از یک منفی فاکتور می‌گیریم $\sin[-(3\pi - \alpha)]$

پس طبق قانون منفی بیرون می‌آید. $\sin(3\pi - \alpha) -$ پس علامت

بر انتزاع ناچیز دوم می‌باشد \sin آن مثبت است. بنابراین:

$$- [+ \sin \alpha] = - \sin \alpha$$

نکته ۱۵: مربوط به هنرستان نمی‌باشد

$$\sin p + \sin q = 2 \sin \frac{p+q}{2} \cos \frac{p-q}{2}$$

$$\sin p - \sin q = 2 \sin \frac{p-q}{2} \cos \frac{p+q}{2}$$

$$\cos p + \cos q = 2 \cos \frac{p+q}{2} \cos \frac{p-q}{2}$$

$$\cos p - \cos q = -2 \sin \frac{p+q}{2} \sin \frac{p-q}{2}$$

$$\tan p + \tan q = \frac{\sin(p+q)}{\cos p \cos q}$$

$$\cot p + \cot q = \frac{\sin(p+q)}{\sin p \cdot \sin q}$$