رادیکال:

منظور از رادیکال این است که هرگاه پایه توان مجهول بود از مفهوم رادیکال می‌توان استفاده کرد.

$?^3 = 125 \Rightarrow \sqrt[3]{125}$ فرجه

نکته: در رادیکال فرجه ۲ را نمی‌نویسند.

۳ $\quad ?^2 = 9 \Rightarrow \sqrt[2]{9} = \sqrt{9}$

نکته: اگر رادیکالی به توان رسید می‌توان توان را به درون رادیکال برد. البته قوانین خاصی دارد که در نکات زیر گفته می‌شود

$(\sqrt[3]{a})^n = \sqrt[3]{a^n}$

نکات مهم:

① اگر توان با فرجه برابر بود، توان و رادیکال و فرجه با هم حذف می‌شود و زیر رادیکال آزاد می‌شود

$(\sqrt[3]{2})^3 = \sqrt[3]{2^3} = 2$

② اگر توان از فرجه بزرگتر بود و بخش‌پذیر: می‌توان توان را با فرجه ساده کرده و عدد زیر رادیکال را آزاد کرد.

$(\sqrt[3]{2})^6 = \sqrt[3]{2^6} = 2^2$

③ اگر توان از فرجه بزرگتر بود و بخش‌پذیر نبود: باید توان را طوری نوشت که بتوان با فرجه ساده کرد، سپس آن عددی که توانش ساده شده حق بیرون آمدن از رادیکال را دارد.

$(\sqrt[3]{2})^7 = \sqrt[3]{2^7} = \sqrt[3]{2^6 \times 2^1} = 2^2 \sqrt[3]{2} = 4\sqrt[3]{2}$

فرجه ۳ باقی می‌ماند.

④ اگر توان از فرجه کوچکتر بود و بخش پذیر: رادیکال باقی می‌ماند و فرجه رادیکال پس از ساده کردن کاهش می یابد.

$$\left(\sqrt[6]{2}\right)^3 = \sqrt[6]{2^3} = \sqrt[2]{2} = \sqrt{2}$$

⑤ اگر توان از فرجه کوچکتر بود و بخش پذیر نبود: تنها کاری که می کنیم می توان بصورت توان کسری نوشت.

$$\left(\sqrt[6]{2}\right)^5 = \sqrt[6]{2^5} = 2^{\frac{5}{6}}$$

این نکته بسیار مهم است و توان کسری نوشتن یک مطلب مهم در رو ها می باشد.

عملیات رادیکال ها:

ضرب: در ضرب دو راه وجود دارد:

① اگر فرجه‌ها برابر بود کافیست یک رادیکال با فرجه نوشته پس ضرایب ها را در هم ضرب کرده و زیر رادیکال‌ها را در هم ضرب می کنیم.

$$2\sqrt[3]{5} \times 4\sqrt[3]{2} = 8\sqrt[3]{10}$$

② اما اگر فرجه‌ها برابر نبود، ابتدا فرجه مشترک گرفته پس ضرب می کنیم.

$$5\sqrt[3]{2} \times 4\sqrt{7} = 20\sqrt[6]{2^2 \times 7^{3}}$$

اگر ۶ را بر فرجه ۲ تقسیم کنیم این عدد بدست می آید.

جمع و تفریق: در جمع و تفریق قانون فرق می‌کنه. ابتدا رادیکال ها باید مشابه باشند (منظور فرجه و عدد زیر رادیکال) پس یکی از رادیکال‌ها را نوشته پس ضرایب را باهم جمع و تفریق می کنیم، اما فرجه و عدد زیر رادیکال تغییری نمی کند.

$$-3\sqrt[5]{3}-4\sqrt[5]{3}+2\sqrt[3]{4}+\sqrt[3]{4}+\sqrt{2}$$

$$\Rightarrow -7\sqrt[5]{3}+3\sqrt[3]{4}+\sqrt{2}\Rightarrow$$ و این عبارت ساده‌تر نمی‌شود.

نکته: اگر در نگاه اول رادیکال مشابه نبود و بتوانیم زیر رادیکال را ساده کرد، این کار را انجام می دهیم.

$$\sqrt{50}+\sqrt{18}-3\sqrt{2}\Rightarrow\sqrt{5^2\times2}+\sqrt{3^2\times2}-3\sqrt{2}=5\sqrt{2}+3\sqrt{2}-3\sqrt{2}=5\sqrt{2}$$

تقسیم: در عملیات تقسیم اصطلاحاً تبدیل می‌شود به گویا کردن. زیرا در علم ریاضی سعی می کنند در مخرج رادیکال وجود نداشته باشد. و روشهایی که برای از بین بردن مخرج رادیکالی وجود دارد روش‌هایی گویا کردن می نامند.

روش های گویا کردن:

① اگر در مخرج یک جمله با فرجه ۲ باشد

$\frac{3}{\sqrt{5}}$ سعی می‌کنیم که کسر روبرو را در همان عبارت مخرج ضرب و تقسیم کنیم.

$$\frac{3}{\sqrt{5}}\times\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}}=\frac{3\sqrt{5}}{5}\longrightarrow\sqrt{5^2}=5$$

$$\frac{\sqrt{2}+1}{3\sqrt{7}}\longrightarrow\frac{\sqrt{2}+1}{3\sqrt{7}}\times\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{7}}=\frac{\sqrt{14}+\sqrt{7}}{3(7)}=\frac{\sqrt{14}+\sqrt{7}}{21}$$

و از این ساده تر نمی‌شود.

② اگر در مخرج یک جمله با فرجه بیشتر ۲

$$\frac{5}{\sqrt[3]{2}}$$

در رادیکالی ضرب و تقسیم می‌کنیم که توان زیر رادیکال از کم کردن فرجه منهای توان اولیه بدست می‌آید.

$$\frac{5}{\sqrt[3]{2^1}} \times \frac{\sqrt[3]{2^2}}{\sqrt[3]{2^2}} \xrightarrow{} 3-1 \quad = \frac{5\sqrt[3]{4}}{\cancel{\sqrt[3]{2^3}}} = \frac{5\sqrt[3]{4}}{2}$$

③ اگر در مخرج دو جمله با فرجه ۲ باشد.

$$\frac{2}{\sqrt{3}+\sqrt{5}}$$

کافیست در مزدوج مخرج ضرب و تقسیم کنیم تا مخرج بصورت اتحاد مزدوج در بیاید.

$$\frac{2}{\sqrt{3}+\sqrt{5}} \times \frac{\sqrt{3}-\sqrt{5}}{\sqrt{3}-\sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{3}-2\sqrt{5}}{\sqrt{3}^2-\sqrt{5}^2} = \frac{\cancel{2}(\sqrt{3}-\sqrt{5})}{\underbrace{3-5}_{\cancel{-2}}} = -(\sqrt{3}-\sqrt{5})$$

④ اگر در مخرج دو جمله با فرجه ۳ باشد.

$$\frac{3}{\sqrt[3]{5}-1}$$

باید در عبارتی ضرب و تقسیم کنیم که با دو جمله‌ای مخرج اتحاد چاق و لاغر شود.

$$\frac{3}{\sqrt[3]{5}-1} \times \frac{\sqrt[3]{25}+\sqrt[3]{5}+1}{\sqrt[3]{25}+\sqrt[3]{5}+1} = \frac{3(\sqrt[3]{25}+\sqrt[3]{5}+1)}{(\sqrt[3]{5})^3-1^3} = \frac{A}{5-1} = \frac{A}{4}$$

$$(a-b)(a^2+ab+b^2)=a^3-b^3$$

$$(a+b)(a^2-ab+b^2)=a^3+b^3$$